# Examenul de bacalaureat 2024
# Simularea probei E.c)
# Probă scrisă la MATEMATICĂ *M_mate-info*

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.** **Simulare**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

## SUBIECTUL I (30 de puncte)

**5p** **1.** Demonstrați că $N=\log_2 7+\log_2 14-2\log_2 \frac{7}{4}$ este un număr natural.

**5p** **2.** Arătați că vârful parabolei asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+x+1$ este situat pe dreapta de ecuație $x+2y-1=0$ .

**5p** **3.** Fie $x_1$ și $x_2$ rădăcinile ecuației $x^2-mx-1=0$ . Determinați numărul real $m$, știind că $x_1^2+x_2^2=x_1+x_2+2$.

**5p** **4.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+1}+2^{2-x}=9$.

**5p** **5.** Se consideră triunghiul echilateral $ABC$ cu aria egală cu $\sqrt{3}$. Calculați produsul scalar $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ .

**5p** **6.** Arătați că $\sin a\cos\left(\frac{\pi}{2}+a\right)-\cos a\sin\left(\frac{\pi}{2}+a\right)=-1$ pentru orice număr real $a$.

## SUBIECTUL II (30 de puncte)

**1.** Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 1 & 2 & -1\\ m & 1 & 1\end{pmatrix}$ și sistemul $\begin{cases} x-y+z=2\\ x+2y-z=3\\ mx+y+z=4m+1\end{cases}$, $m\in\mathbb{R}$ .

**5p** **a)** Arătați că $\det A(m)=5-m$ .

**5p** **b)** Arătați că pentru $m=5$ sistemul nu are soluție.

**5p** **c)** Determinați numerele naturale $m$, știind că sistemul are o soluție $(x_0,y_0,z_0)$ formată din numere naturale.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție asociativă $x*y=\frac{1}{2}(x+y+|x-y|)$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$ .

**5p** **a)** Arătați că $2*0=2$ .

**5p** **b)** Demonstrați că dacă $a$ și $b$ sunt numere reale astfel încât $a\le b$ , atunci $a*b=b$ .

**5p** **c)** Determinați numerele reale $x$ pentru care $(2x)*(x^2+1)*(-2x)=10$.

## SUBIECTUL III (30 de puncte)

**1.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\sqrt{x^2+3}-\ln\left(x+\sqrt{x^2+3}\right)$ .

**5p** **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}}$ , oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$ .

**5p** **b)** Arătați că tangenta la graficul funcției f în punctul $(-1, f(-1))$ este perpendiculară pe dreapta de ecuație $x-y+2=0$ .

**5p** **c)** Demonstrați că graficul funcției $f$ nu intersectează axa $Ox$ .

**2.** Se consideră funcțiile $f,F:(-\infty,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\sqrt{3-2x}$ și $F(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{3-2x}$, $a, b, c\in\mathbb{R}$.

**5p** **a)** Să se calculeze $\int f(x)\cdot\sqrt{3-2x}dx$ , pentru $x\in(-\infty,1]$.

**5p** **b)** Să se determine numerele reale $a, b, c$ , astfel încât funcția $F$ să reprezinte o primitivă a funcției $f$ .

**5p** **c)** Să se arate că orice primitivă a funcției $f$ este o funcție convexă pe $(-\infty,1]$ .